Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja

MMA-R1A1P-061

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ II

STYCZEŃ ROK 2006

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

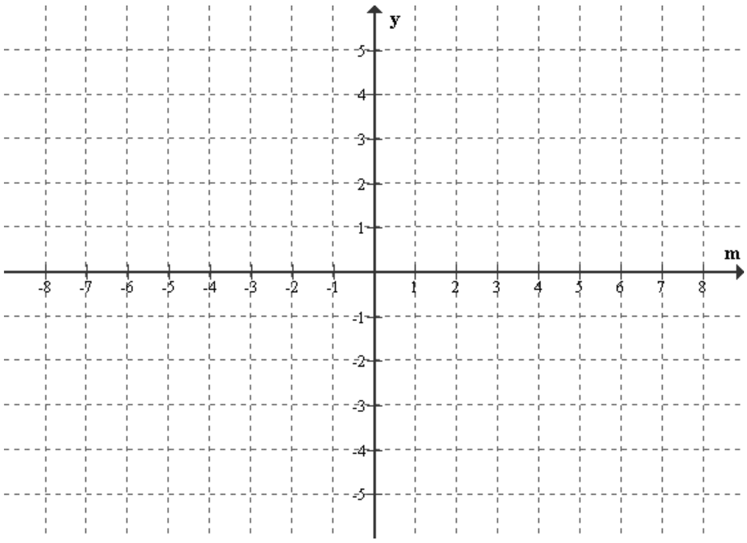
Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 11. (*6 pkt*)

Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji f danej wzorem $f(m) = x_1 \cdot x_2$, gdzie x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania $(m+2)x^2 - (m+2)^2 x + 3m + 2 = 0$, w którym $m \in R \setminus \{-2\}$.



Zadanie 12. (*4 pkt*)

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} |x| - y = 1 \\ x^2 + (y+1)^2 = 8 \end{cases}$$

Zadanie 13. (*5 pkt*)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_x \left(4^x - 12 \cdot 2^x + 32\right)$.

Zadanie 14. (*4 pkt*)

Dany jest ciąg trójkątów równobocznych takich, że bok następnego trójkąta jest wysokością poprzedniego. Oblicz sumę pól wszystkich tak utworzonych trójkątów, przyjmując, że bok pierwszego trójkąta ma długość a $(a > 0)$.

Zadanie 15. (*4 pkt*)

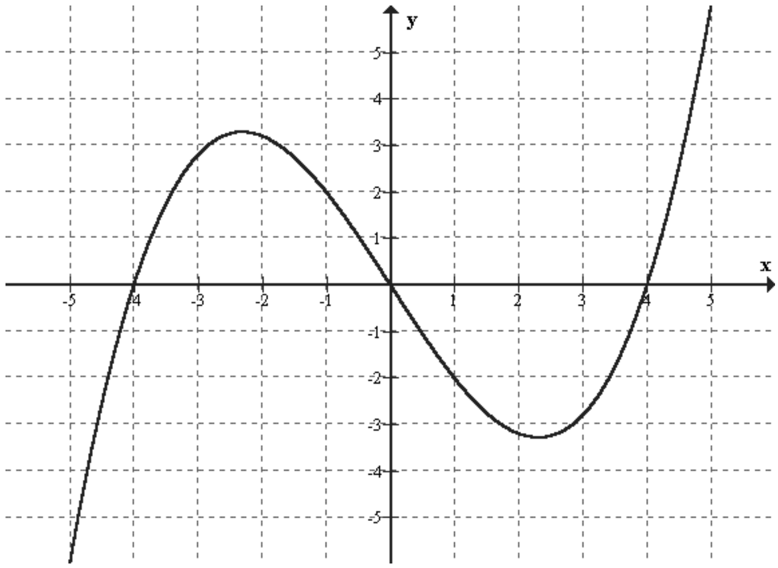
Rozwiąż równanie: $\frac{1}{\sin x} + \operatorname{ctg} x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0.$

Zadanie 16. (*4 pkt*)

Para (Ω, P) jest przestrzenią probabilistyczną, a $A \subset \Omega$ i $B \subset \Omega$ są zdarzeniami niezależnymi. Wykaż, że jeżeli $P(A \cup B) = 1$, to jedno z tych zdarzeń jest zdarzeniem pewnym tj. $P(A) = 1$ lub $P(B) = 1$.

Zadanie 17. (*5 pkt*)

Rysunek przedstawia wykres pochodnej funkcji *f*.



a) Podaj maksymalne przedziały, w których funkcja f jest malejąca.

b) Wyznacz wartość x, dla której funkcja f osiąga maksimum lokalne. Odpowiedź uzasadnij.

c) Wiedząc, że punkt $A=(1,2)$ należy do wykresu funkcji f, napisz równanie stycznej do krzywej f w punkcie A.

Zadanie 18. (*8 pkt*)

Punkty $A=(7,8)$ i $B=(-1,2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, w którym $|\sphericalangle BCA|=90^0$.

a) Wyznacz współrzędne wierzchołka C, wiedząc, że leży on na osi OX.
b) Napisz równanie obrazu okręgu opisanego na trójkącie ABC w jednokładności o środku w punkcie $P=(1,0)$ i skali $k=-2$.

Zadanie 19. (*6 pkt*)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a. Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę 45°. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.

Zadanie 20. (4 *pkt*)

Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie w następujący sposób:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{a_n + 1} \quad \text{dla} \quad \text{dowolnego} \quad n \geq 1. \end{cases}$$

Wykaż, korzystając z zasady indukcji matematycznej, że ciąg (a_n) można określić za pomocą wzoru ogólnego $a_n = \dfrac{2}{2n-1}$, gdzie $n \geq 1$.

BRUDNOPIS